

Kinematika lateralnog kretanja lista tračne pile

KINEMATICS OF THE BAND SAW BLADE LATERAL MOVEMENT

Mario Štambuk, dipl. ing.
Zagreb

UDK 630*822.34

Primljeno: 11. veljače 1986.
Prihvaćeno: 15. travnja 1986.

Izvorni znanstveni rad

Sažetak

Izvedeni su matematički izrazi koji definiraju geometrijske, statičke i kinematske veličine za lateralno kretanje lista tračne pile po vijencu kotača. Posebno su prikazani rezultati pokusa obavljenih radi provjere izvedenih izraza.

Glavne riječi: tračna pila — list tračne pile — lateralno kretanje lista tračne pile.

Summary

Mathematical formulas defining geometrical, static and kinematic parameters of the saw blade lateral movement on the pulley crown are derived.

Results of experiments performed to confirm the derived formulas are separately presented.

Key words: Band saws — Band saw blades — Lateral movement of the band saw blade.

1. UVOD

List tračne pile, u stacionarnom obvojnog kretanju, nailazi na vijenac kotača pod kutom namotavanja $\Theta = 0$ u odnosu na ravninu okomitu na os kotača. Takvo kretanje ostvaruje se npr. u praznom hod, ako je pilna traka dobro uređena, te ako je stroj ispravan i dobro podešen.

Kad je obvojno kretanje takvo da list pile nailazi na svaki vijenac pod malim kutom namotavanja Θ , onda se elastična linija pilne trake lateralno pomiče u pravcu osi kotača. Do takvog pomicanja dolazi npr. kad na list pile koji se do tada stacionarno kretao u praznom hod, počne djelovati natražna sila* pri rezanju, ili kad se poslije prestanka djelovanja sile rezanja list pile vraća u početni položaj, uslijed djelovanja ispupčenog profila plašta vijenca kotača.

U periodima lateralnog pomicanja lista pile po vijencu kotača, nastaju dodatna naprezanja u pilnoj traci i nastupa povećano proklizavanje lista pile po radnoj plohi vijenca. Ove pojave, od kojih ovisi ispravan rad tračnih pila, i prisutne su tijekom značajnog dijela vremena rada stroja, nisu još dovoljno razjašnjene. Istraživanja u ovome radu izvršena su sa ciljem da se dobije bliži uvid u geometrijske, statičke i kinematske parametre, lateralnog kretanja lista pile, te da se time postavi teorijska podloga za dalje izučavanje problema vezanih za pravilan rad osnovnih mehanizama tračnih pila.

Teorijsko rješenje zadatka obavljeno je u slijedećem odjeljku nalaženjem osnovnih matemati-

skih relacija. U daljnjem izlaganju prikazana je primjena dobivenih izraza na nekoliko karakterističnih primjera iz prakse. Na kraju su izloženi rezultati eksperimenata koji potvrđuju ispravnost izvršene teorijske obrade.

Rješavanje problema lateranog kretanja beskonačne trake po kotačima ostvareno je u ovoj studiji na primjeru osnovnog mehanizma tračnih pila. Međutim, dobiveni rezultati mogu se u određenoj mjeri primijeniti i na druge srodne mehanizme, npr. na remenske prijenose, trakaste transportere, tračne brusilice i dr.

2. MATEMATIČKO RJEŠENJE PROBLEMA

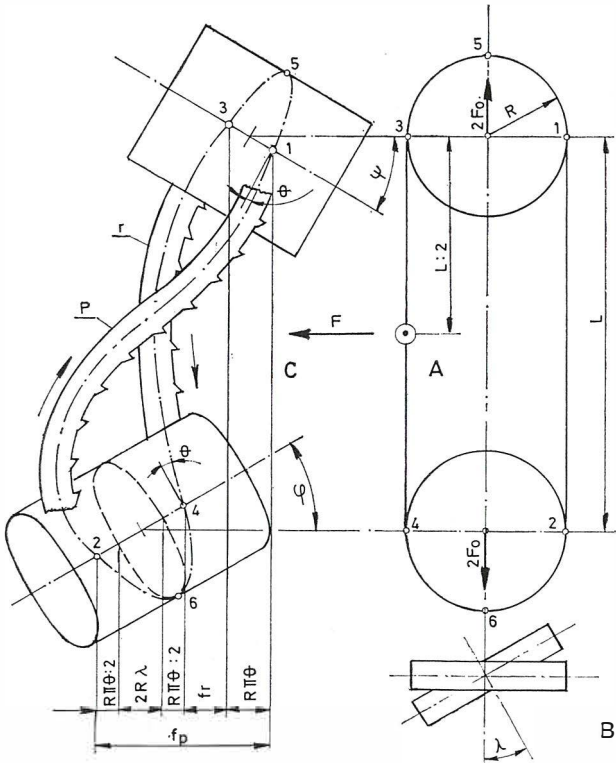
2.1 Izračunavanje osnovnih geometrijskih i statističkih parametara elastične linije

Na slici 1. shematski je prikazana beskonačna pilna traka koja ostvaruje obvojno kretanje preko dva rotirajuća kotača, nailazeći na plaštove vijenaca, pod malim kutom Θ , prema ravninama okomitim na osi pojedinih kotača. Na slikama 2. i 3. prikazane su elastične linije slobodnih dijelova radne i povratne grane lista pile. Radi preciziranja zadatka usvojene su slijedeće pretpostavke:

P1 — Oba kotača pile predstavljaju kruta rotaciona tijela jednakog promjera,

P2 — Vijenci kotača su dovoljno široki da list pile (ne računajući zube) ostaje uvijek cijelom svojom širinom na vijencu kotača,

*) Natražna sila F je komponenta rezultirajuće sile rezanja koja djeluje nasuprot smjeru pomaka lista pile.



Slika 1. — List pile na kotačima tračne pile.

A — pojednostavljeni nacrt uz tlocrt B i bokoct C;
 B — tlocrt s naglašenim kutom λ ukrštenosti osi kotača;
 C — bokoct s naglašenim kutevima ψ , φ , i s naglašenim kutom ukrštenosti osi kotača λ , te s povećano prikazanom širinom vijenaca kotača; r — radna grana lista pile (5 — 3 — 4 — 6); p — povratna grana lista pile (6 — 2 — 1 — 5); brojevima 1 ... 6 označeni su karakteristični položaji na tračnoj pili; točke 1 i 4 su položaji nailaska lista pile na vijenac kotača.

Fig. 1. — Saw blade on band saw pulleys.

P3 — Kad nije opterećen vanjskim silama, list pile je po cijeloj svojoj dužini prav i ravan,

P4 — List pile je elastičan,

P5 — Natezna sila F_0 je dovoljna da osigura potpuno nalijeganje lista pile po bombiranom profilu vijenca kotača.

P6 — Kutevi: ψ , φ , ε , μ , λ , Θ , te odnosi: f_p/L , f_r/L i d/R su male veličine u odnosu na jedinicu, (d je debljina lista pile)

P7 — Hvatište natražne sile F je u sredini raspona L ,

P8 — Utjecaj sile rezanja/ u pravcu brzine rezanja može se zanemariti,

P9 — S dovoljnom točnošću može se smatrati da je u promatranom trenutku kut namotavanja Θ jednak za sve točke međusobnog kontakta lista pile s vijencem, kako gornjeg tako i donjeg kotača.

I. Lombardi [1] je izveo izraze za elastične linije slobodnog dijela radne i povratne grane pilne trake, koji odgovaraju pretpostavkama P1 do P8. U tim izrazima nisu figurirale slijedeće veličine: kut ukrštenosti (λ), razlika pomaka krajeva

elastičnih linija ($\Delta f = f_p - f_r$), kut namotavanja Θ .

U kasnijoj studiji M. Štambuka [2] prošireni su izrazi Lombardi, time što je uvršten u proračun kut ukrštenosti kotača λ i što je utvrđen odnos $\Delta f = f_p - f_r = 2R\lambda$.

U okviru ovdje izloženog rada izvršeno je dalje uopćavanje rezultata objavljenih u publikacijama [1] i [2]. Naime uveden je novi pojam kuta namotavanja Θ , i postavljena je nova relacija $\Delta f = f_p - f_r = 2R(\Theta + \lambda)$. Tako je ostvareno novo rješenje koje sadrži prethodne postavke iz radova Lombardi i Štambuka [1] i [2] kao specijalne slučajeve.

Zbog ograničenog prostora, u ovome se tekstu neće citirati izrazi elastičnih linija novog općenitog rješenja, niti će se izlagati postupak za njihovo izvođenje. Za teorijsku i praktičnu obradu problema lateralnog kretanja lista pile u slijedećim odeljcima bit će dovoljno prikazati slijedeći skup izraza koji definiraju osnovne geometrijske i statičke parametre novog rješenja:

$$\frac{M_1 R}{EJ} = -\varepsilon \quad (1)$$

$$\frac{M_2 R}{EJ} = \varepsilon + \frac{\psi R}{La_5} + \frac{\varphi R}{La_5} \quad (2)$$

$$\frac{M_3 R}{EJ} = \mu + \frac{\psi R}{La_5} + \frac{\varphi R}{La_5} + \frac{FRL}{EJ} a_f \quad (3)$$

$$\frac{M_4 R}{EJ} = -\mu \quad (4)$$

$$\frac{f_p R a_6}{L^2} = \varepsilon \frac{\psi R}{L} a_{40} - \frac{\varphi R}{L} a_{20} - \frac{R}{L} a_6 \Theta \quad (5)$$

$$\frac{f_r R a_6}{L^2} = -\mu + \frac{\psi R}{L} a_{20} - \frac{\varphi R}{L} a_{40} + \frac{FRL}{EJ} a_f + \frac{R}{L} a_6 \Theta \quad (6)$$

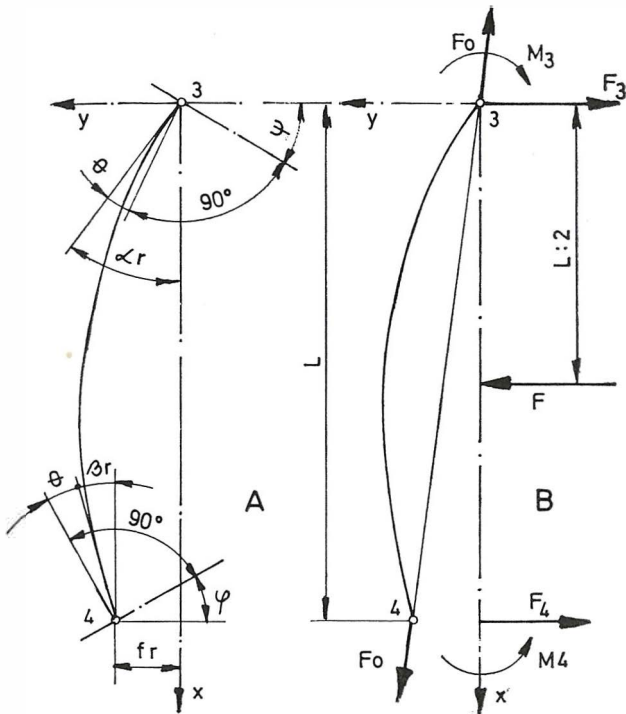
$$\Theta \frac{2a_6 R}{L} \left(\frac{RTII}{L} + 1 \right) = (\varepsilon + \mu) + \frac{R}{La_5} (\psi + \varphi) - \frac{2a_6 R^2}{L^2} \lambda - \frac{FRL}{EJ} a_f \quad (7)$$

Radi pojednostavljenja pisanja, izraz (7) iskazivat će se u daljem tekstu u alternativnoj verziji:

$$\Theta = (\varepsilon + \mu) A_0 + (\psi + \varphi) B_0 - \lambda \cdot C_0 - \frac{FRL}{EJ} D_0 \quad (8)$$

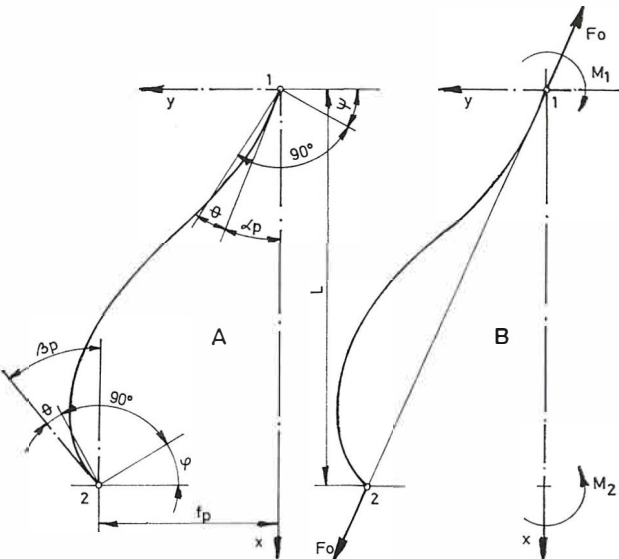
gdje je značenje koeficijenata A_0 , B_0 , C_0 , D_0 evidentno iz usporedbe formula (7) i (8).

Oznake navedene u izrazima (1) ... (7), osim koeficijenata označenih slovom a , prikazane su u sl. 1, 2, 3, 4. Posebno značenje imaju kutevi ε , μ



Slika 2. — Elastična linija slobodnog dijela radne grane lista tračne pile (detalj iz sl. 1)
A — geometrijski parametri,
B — statički parametri.

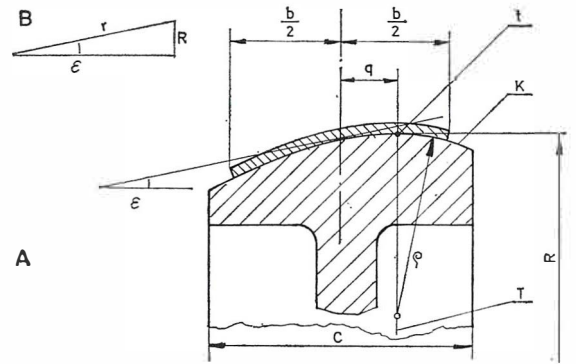
Fig. 2. — Elastic curve of the free part of the saw blade working branch (detail of Fig. 1)



Slika 3. — Elastična linija slobodnog dijela povratne grane lista tračne pile (detalj iz sl. 1)
A — geometrijski parametri,
B — statički parametri

Fig. 3. — Elastic curve of the free part of the saw blade idle branch (detail of Fig. 1)

ekvivalentnih konusa, sl. 4. Tu se radi o zamišljenim konusima plašta vijenca kotača, koji bi djelovali istim momentima na slobodne dijelove radne i povratne grane lista pile kao i stvarni bom-



Slika 4. — List pile na bombiranom vijencu gornjeg kotača

A — radijalni presjek kotača i lista pile; B — parametri ekvivalentnog konusa gornjeg kotača; k — krivulja profila vijenca kotača (bombe), izvedena u obliku kvadratne parabole; t — tjeme kvadratne parabole; R — radius tjemnog kruga kotača; T — trag ravnine tjemnog kruga kotača; q — udaljenje središnjice pilne trake od tjemena gornjeg kotača (analogno udaljenje kod donjeg kotača je q_d); ϵ — kut izvodnice ekvivalentnog konusa gornjeg kotača (analogni kut kod donjeg kotača je μ); r — radius plašta ekvivalentnog konusa gornjeg kotača; ρ — radius zakrivljenosti u tjemu kvadratne parabole.

Fig. 4. — Saw blade on the upper pulley crowned face.

birani dio profila vijenca kotača, po kojem list pile u određenom trenutku naliježe. Značenje kuteva ϵ , μ bilo je detaljno obrazloženo u radu I. Lombardija [1].

Koeficijenti označeni s a su hiperbolične funkcije od pL kako slijedi:

$$a_1 = \frac{1}{p^2 L^2} (pL \cdot \text{cth} \cdot pL - 1) \quad (9)$$

$$a_2 = \frac{1}{p^2 L^2} (1 - \frac{pL}{\text{Sh} pL}) \quad (10)$$

$$a_p = \frac{1}{p^2 L^2} (\frac{1}{2} - \frac{\text{Sh} \frac{pL}{2}}{\text{Sh} pL}) \quad (11)$$

$$a_3 = 1 : (a_1 - a_2) \quad (12)$$

$$a_{20} = a_2 : (a_1^2 - a_2^2) \quad (13)$$

$$a_{40} = a_1 : (a_1^2 - a_2^2) \quad (14)$$

$$a_f = 2 a_p : (a_1 + a_2) \quad (15)$$

$$a_F = a_p : (a_1 + a_2) \quad (16)$$

Brojčane vrijednosti hiperboličnih funkcija (9) ... (16) za neke vrijednosti argumenata pL , date su u tablici I.

BROJČANE VRIJEDNOSTI KOEFICIJENATA a, ZA NEKE VRIJEDNOSTI ARGUMENATA pL

Tablica I

pL	a ₁	a ₂	a _p	a ₆	a ₂₀	a ₄₀	a _t	a _F
0	0,3333	0,1667	0,0625	6,0000	2,0000	4,0000	0,2500	0,1250
0,5	0,3280	0,1619	0,0609	6,0205	1,9889	4,0295	0,2486	0,1243
1	0,3130	0,1490	0,0566	6,1312	1,9854	4,1457	0,2445	0,1223
1,5	0,2921	0,1314	0,0506	6,2227	1,9324	4,2956	0,2390	0,1195
2	0,2687	0,1121	0,0440	6,3857	1,8809	4,5084	0,2311	0,1155
2,5	0,2454	0,0939	0,0376	6,6007	1,8268	4,7743	0,2216	0,1108

Argument

$$pL = L \sqrt{\frac{F_0}{EJ}} \tag{17}$$

predstavlja specifičnu zajedničku karakteristiku za stroj i list pile, i on za tračne pile trupčare najčešće poprima vrijednost između 1 i 2. U izrazu (17) oznake vrijede kako slijedi:

- p — faktor argumenta,
- L — dužina slobodnog dijela grane lista pile,
- F₀ — aksijalna sila zatezanja za jednu granu lista pile,
- J — $d b^3 : 12$, moment inercije lista pile,
- d — debljina lista pile,
- b — širina lista pile (ne računajući zube),
- E — modul elastičnosti lista pile.

Uvođenjem izraza $\Theta = 0$ u formule (5) ... (7), ove se reduciraju u izraze za specijalni slučaj [2]. Analogno, uvrštavanjem izraza $\Theta = 0$ i $\lambda = 0$ u formule (5) ... (7) dobivaju se izrazi za specijalni slučaj obrađen u [1].

2.2. Brzina lateralnog kretanja lista tračne pile

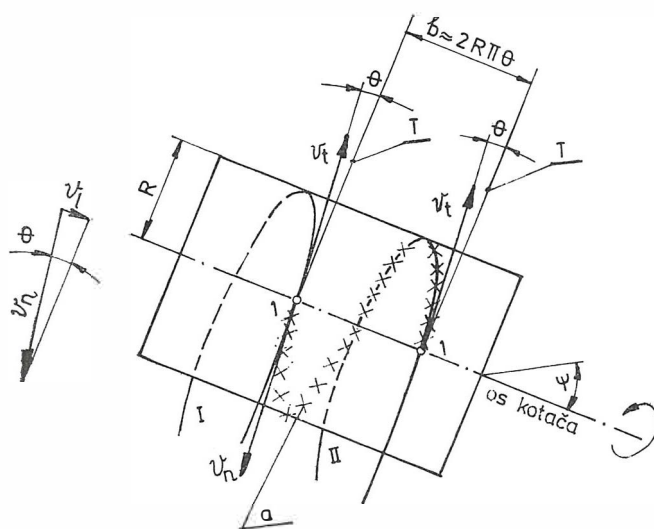
Pilna traka nailazi na gornji kotač kod položaja 1 i na donji kotač kod položaja 4, pod istim kutem Θ prema ravni okomitoj na os kotača, sl. 5. Pri tome se središnjica lista pile namotava na plašt vijenca po liniji a, koja predstavlja trajektoriju lista pile po vijencu kotača.* Na osnovi pretpostavke P9 može se s dovoljnom točnošću smatrati da je u promatranom trenutku kut namotavanja Θ jednak za sve točke kontakta lista pile i vijenca kotača u dužini $R\pi$. Odatle slijedi da ova trajektorija ima oblik sličan zavojnici čiji je korak $b \approx 2 R\pi\Theta$.

Kad se s v_t obilježi brzina lista pile u pravcu svoje središnjice na mjestu nailaska na kotač, onda

* Trajektorija a se može smatrati i kao otisak središnjice lista pile po plaštu vijenca kotača.

se vektor $v_n = -v_t$ definira kao brzina namotavanja lista pile duž trajektorije a, sl. 5. Lateralna brzina v_l pomicanja lista pile po kotaču jednaka je vektorskoj projekciji brzine namotavanja v_n na os kotača. Prema tome je:

$$v_l = v_n \cdot \Theta \tag{18}$$



Slika 5. — Ovijanje lista tračne pile po plaštu vijenca gornjeg kotača (detalj iz sl. 1)

I — položaj lista pile u određenom trenutku; II — položaj lista pile nakon jednog okretaja kotača; a — trajektorija lista pile u obliku zavojnice, po kojoj se namotava središnjica pilne trake na plašt vijenca kotača označena križićima; b — korak zavojnice trajektorije a; v_l — brzina lateralnog kretanja lista pile u pravcu osi kotača; v_n — brzina namotavanja lista pile na plašt vijenca kotača; v_t — brzina lista pile u pravcu svoje središnjice kod položaja I, pri nailasku na vijenac kotača; T — trag ravnine okomite na os kotača (kroz točku I); Θ — kut namotavanja pilne trake po vijencu I kotača.

Fig. 5. — Winding of the saw blade on the upper pulley crown (detail of Fig. 1)

Uvrštavanjem izraza (8) u izraz (18) nalazi se

$$v_l = v_n \left[A_0(\varepsilon + \mu) + B_0(\psi + \varphi) - C_0\lambda - D_0 \frac{FRL}{EJ} \right] \quad (19)$$

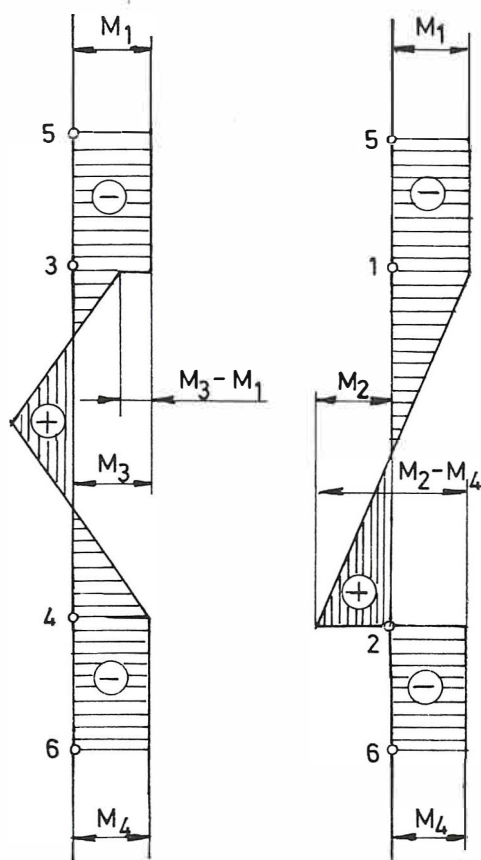
Na osnovi izraza (19) moguće je izračunati lateralnu brzinu v_l , ako su poznati parametri za stroj, za list pile i za režim rada stroja.

2.3. Dodatni momenti savijanja koji djeluju na pilnu traku pri lateralnom kretanju lista tračne pile

Na slici 6 prikazani su dijagrami momenata savijanja za opterećenja prema slikama 2B i 3B. U dijagramima se zapažaju točke 2 i 3 gdje se pojavljuje diskontinuitet momentnih linija. Na osnovi izraza (1)... (4) moguće je izračunati ove skokove momenata i oni iznose:

$$(M_3 - M_1) \frac{R}{EJ} = (\varepsilon + \mu) + \frac{R}{L\alpha_5}(\psi + \varphi) - \frac{FRL}{EJ} 2\alpha_F \quad (20)$$

$$(M_2 - M_4) \frac{R}{EJ} = (\varepsilon + \mu) + \frac{R}{L\alpha_5}(\psi + \varphi) \quad (21)$$



Slika 6. — Dijagrami momenata savijanja u ravnini pilne trake, za radnu i povratnu granu lista pile.

Brojevima 1... 6 označene su točke koje odgovaraju položajima na tračnoj pili prikazanoj na sl. 1.

Fig. 6. — Diagrams of flexural moments in the saw blade plane for the working and idle saw branch.

U ranijim radovima [1], [2] bilo je pokazano da do diskontinuiteta momenata savijanja može doći uslijed djelovanja natražne sile F , i uslijed kuta ukrštenosti osi kotača λ , te da ove nagle promjene momenata izazivaju dodatna naprezanja u listu pile, kao i specifična habanja na plaštu vijenca kotača. Iz izraza (20) i (21) slijedi da se i uz ispravno podešene kotače ($\lambda = 0$) i u praznom hodu ($F = 0$) pojavljuju skokovi momenata u točkama 2 i 3 ako je kut omotavanja $\Theta \neq 0$. Naime, u tom slučaju desne strane izraza (20) i (21) poprimaju vrijednosti različite od nule, što je evidentno iz izraza (7).

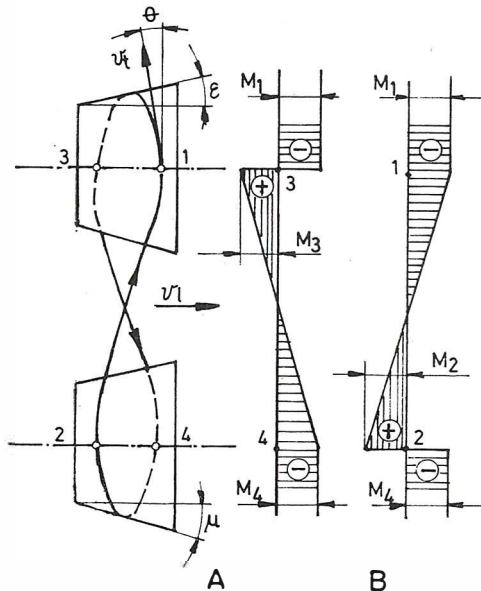
Iz navedenog slijedi zaključak da se kod lateralnog gibanja lista pile mogu pojaviti skokovi momenata savijanja koji u točkama 2 i 3 dodatno opterećuju pilnu traku i radnu plohu vijenca kotača. Kvantifikacija efekata ovih pojava problem je koji treba posebno obraditi.

3. NEKI KARAKTERISTIČNI SLUČAJEVI LATERALNOG KRETANJA LISTA TRAČNE PILE PO KOTAČIMA SA PRAVOLINIJSKIM IZVODNICIMA PLAŠTA VIJENCA

Radi jasnijeg sagledavanja parcijalnih utjecaja osnovnih faktora: koničnosti vijenca kotača (ε, μ), kuta između osi kotača ($\psi + \varphi$), kuta ukrštenosti osi kotača (λ) i natražne sile rezanja F , izabrana su četiri pojednostavljena slučaja (A, B, C, D) kretanja lista pile po vijencima kotača. Za svaki od ovih slučajeva bit će navedena neka značajna svojstva koja proizlaze iz naprijed utvrđenih izraza (19), (20), (21).

Slučaj A — slika 7: Konične remenice s paralelnim osima pri radu u praznom hodu ($\varepsilon > 0, \mu > 0, \psi = 0, \varphi = 0, \lambda = 0, F = 0$). Lateralna brzina proporcionalna je sa zbrojem kutova ($\varepsilon + \mu$) i usmjerena je prema većim promjerima remenica — obrazac (19). U točkama 2 i 3 pojavljuje se specifični skokovi momenata koji su međusobno jednaki — izrazi (20) i (21). Slično lateralno kretanje pojavljuje se u praksi, npr. kad se poslije prestanka djelovanja sile rezanja list pile vraća u svoj početni položaj uslijed djelovanja ispupčenog profila plašta vijenca kotača.

Slučaj B — slika 8: Cilindrične remenice s konvergentnim osima pri radu u praznom hodu ($\varepsilon = 0, \mu = 0, \psi > 0, \varphi > 0, F = 0$). U toku ovog obvojnog kretanja lateralna brzina je proporcionalna sa zbrojem kutova $\psi + \varphi$ i usmjerena je prema strani gdje se nalazi točka konvergencije osi — izraz (19). U točkama 2 i 3 pojavljuje se specifični skokovi momenata koji su međusobno jednaki — izrazi (20) i (21). Analogno lateralno kretanje ostvaruje se u praksi, npr. kada radnik komandnim uređajem mijenja nagib kotača da bi la-



Slika 7. — Elastične ljnije (A) i dijagrami momenata savijanja (B), za konične kotače s paralelnim osima u praznom hodu.

v_1 — lateralna brzina kretanja pilne trake; v_t — brzina obvojnog kretanja pilne trake; Θ — kut namotavanja pilne trake po vijencu kotača.

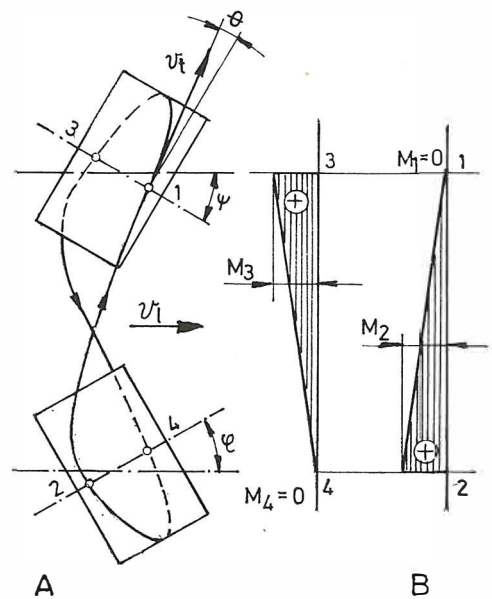
Fig. 7. — Elastic curves (A) and flexural moment diagrams (B) for idle running conic pulleys with parallel axes.

teralno premjestio list pile, odnosno da bi postigao željenu istaku zupca izvan ivice vijenca kotača.

Slučaj C: Cilindrične remenice s ukrštenim osima kotača pri radu u praznom hodu ($\epsilon = 0$, $\mu = 0$, $\psi = 0$, $\varphi = 0$, $\lambda > 0$, $F = 0$). U toku ovoga kretanja pojavljuje se lateralna brzina lista pile proporcionalna sa λ u pravcu osi kotača. U ovom slučaju kretanja list pile nije opterećen momentima u ravnini pilne trake ni na kojem mjestu tračne pile.

Slučaj D — slika 9: Cilindrične remenice s paralelnim osima za vrijeme djelovanja sile rezanja ($\epsilon = 0$, $\mu = 0$, $\psi = 0$, $\varphi = 0$, $\lambda = 0$, $F > 0$). U toku ovoga kretanja lateralna brzina je proporcionalna natražnoj sili rezanja F , s kojom ima isti pravac i smjer — izraz (19). Za dalja ispitivanja interesantno je uočiti da se u ovome slučaju skok momenata pojavljuje samo na gornjem kotaču kod položaja 3. U praksi se analogno lateralno kretanje ostvaruje tijekom rezanja, kada predmet obrade potiskuje list pile u pravcu osi kotača.

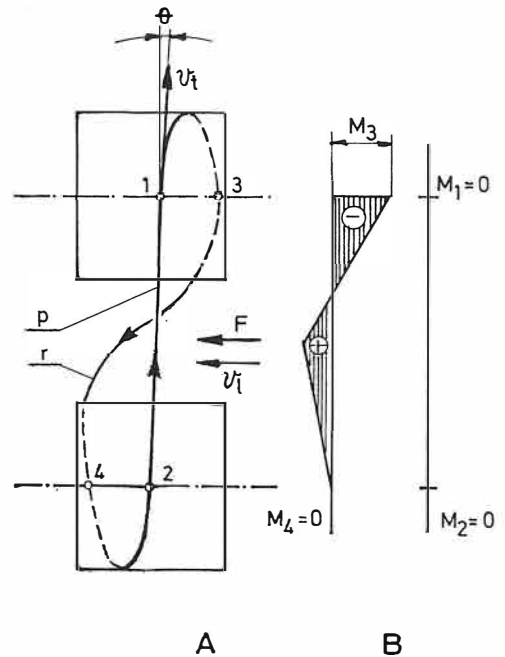
U razmatranim primjerima pokazana je primjena izraza (19), (20), (21), za jednostavnije slučajeve, s kotačima koji imaju pravolinijske izvodnice plašta vijenca kotača. U narednom odjeljku bit će analizirani općenitiji slučajevi rada tračnih pila s bombiranim kotačima.



Slika 8. — Elastične ljnije (A) i dijagrami momenata savijanja (B) za cilindrične kotače sa konvergentnim osima u praznom hodu.

v_1 — lateralna brzina kretanja pilne trake; v_t — brzina obvojnog kretanja pilne trake; Θ — kut namotavanja pilne trake po vijencu kotača.

Fig. 8. — Elastic curves (A) and flexural moment diagrams (B) for idle running cylindrical pulleys with convergent axes.



Slika 9. — Elastične ljnije (A) i dijagrami momenata savijanja (B) za cilindrične kotače sa paralelnim osima, pri djelovanju sile F .

v_1 — lateralna brzina kretanja pilne trake; v_t — brzina obvojnog kretanja pilne trake; F — natražna sila uslijed rezanja, djeluje na radnu granu lista pile; Θ — kut namotavanja pilne trake; r — radna grana lista pile; p — povratna grana lista pile.

Fig. 9. — Elastic curves (A) and flexural moment diagrams (B) for cylindric pulleys with parallel axes under the influence of force F .

4. LATERALNO KRETANJE LISTA TRAČNE PILE PO BOMBIRANIM KOTAČIMA

Tračne pile koje pile širokim listovima danas najčešće imaju kotače čiji su metalni vijenci izvedeni s profilom u obliku bombirane (konveksne) krivulje. Radi teorijskog razmatranja problema lateralnog kretanja lista pile po bombiranim kotačima, uz pretpostavke P1... P9 iz odjeljka 2 postavlja se i sljedeća pretpostavka:

P10 — Oba kotača imaju identične — konveksne profile plaštova formirane u obliku kvadratne parabole (sl. 4)

Pokusi pokazuju da se ova, za matematičku obradu veoma pogodna, pretpostavka s dobrom točnošću može primjeniti u većini slučajeva iz prakse, ako vijenci kotača nisu prekomjerno pohabani i deformirani uslijed dugotrajnog djelovanja lista pile.

Kako je poznato [1], na temelju pretpostavke P10 kut ekvivalentnog konusa iznosi za gornji kotač:

$$\varepsilon = q : \rho \tag{22}$$

i za donji kotač

$$\mu = q_1 : \rho \tag{23}$$

Uvođenjem izraza (22) i (23) u izraz (7), te usvajanjem pomoćnog parametra:

$$\Omega = \frac{1}{1 + \frac{2a_6 R \rho}{L^2}} \tag{24}$$

dobiva se:

$$\theta a_6 = \frac{P}{L} \left(\frac{R \Pi}{L} + 1 \right) = \frac{q}{\rho} + \varphi \frac{R}{L} \left(\frac{1}{2a_5} + \frac{a_6}{2} \cdot \Omega \right) + \varphi \frac{R}{L} \left(\frac{1}{2a_5} - \frac{a_6}{2} \cdot \Omega \right) - \lambda \cdot \frac{R^2}{L^2} a_6 - \frac{FRL}{EJ} \frac{a_F}{2} (1 - \Omega) \tag{25}$$

Ovo izvođenje zbog ograničenog prostora neće se ovdje izlagati. Radi pojednostavljenja pisanja, izraz (25) iskazivat će se u daljem tekstu u alternativnoj verziji:

$$\theta = A \frac{q}{\rho} + B \varphi + C \varphi - D \lambda - E \frac{FRL}{EJ} \tag{26}$$

gdje je

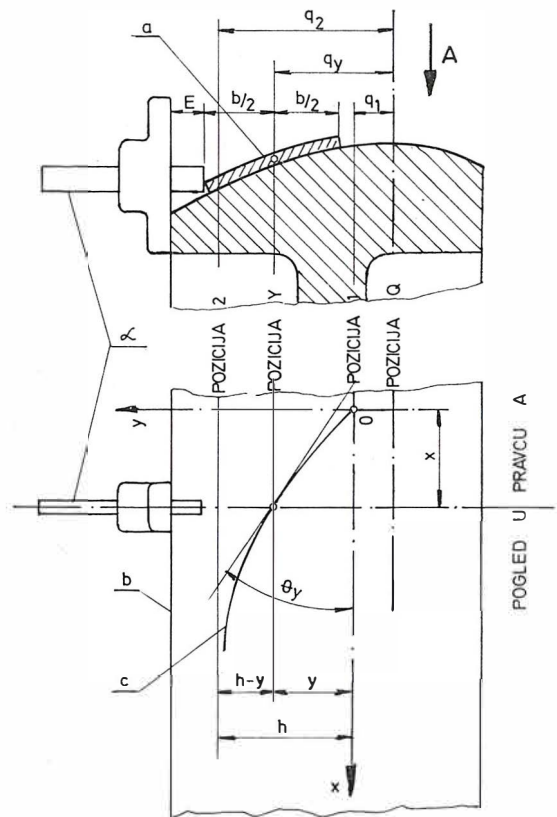
$$A = \frac{1}{a_6 \frac{R}{L} \left(\frac{R \Pi}{L} + 1 \right)}$$

$$B = \frac{1 + \frac{a_6}{2} \Omega}{a_6 \left(\frac{R \Pi}{L} + 1 \right)}$$

$$C = \frac{1 + \frac{a_6}{2} \Omega}{a_6 \left(\frac{R \Pi}{L} + 1 \right)}$$

$$D = \frac{\frac{R}{L}}{\left(\frac{R \Pi}{L} + 1 \right)}$$

$$E = \frac{L^2 \frac{a_F}{2} (1 - \Omega)}{a_6 \left(\frac{R \Pi}{L} + 1 \right)}$$



Slika 10. — Trajektorija lista pile po vijencu kotača. a — presjek lista pile na poziciji y; b — razvijeni plašt vijenca kotača; c — trajektorija središnjice lista pile; d — dubinomjer; E — izmjerena istaka. Fig. 10. — Trajectory of the saw blade on the pulley crown.

Na slici 10 prikazan je primjer trajektorije lista pile na razvijenom plaštu vijenca kotača, na koji list nailazi brzinom namotavanja v_n . Brzina v_n u svakoj točki trajektorije ima pravac tangente i smjer suprotan brzini v_t , slika 5.

Kad se list pile u poziciji 1 odvija po kotaču tako da ne mijenja svoje mjesto duž izvodnica

plašta vijenca kotača, onda je za taj položaj kut namotavanja $\Theta_1 = 0$. Za poziciju 1 može se pisati:

$$\Theta_1 = \frac{Aq_1}{\rho} + B\psi_1 + C\varphi_1 - D\lambda_1 - E \frac{F_1 R L}{EJ} = 0 \quad (27)$$

Kad u poziciji 1 nastupi promjena vrijednosti parametara za konstantne iznose: $\Delta\psi$, $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$, ΔF , (npr. radnik komandnom ručicom promijeni nagib gornjeg kotača za kut $\Delta\psi$), onda se pojavljuje kut namotavanja $\Theta \neq 0$, i list pile počinje da se lateralno kreće duž izvodnica plašta vijenca kotača. U nekoj poziciji y, udaljenoj za iznos q_y od položaja Q uspostavlja se kut namotavanja

$$\Theta_y = A \frac{q_y}{\rho} + B(\psi_1 + \Delta\psi) + C(\varphi_1 + \Delta\varphi) - D(\lambda_1 + \Delta\lambda) - E \frac{(F_1 + \Delta F) R L}{EJ} \quad (28)$$

Poslije pokretanja lista pile iz pozicije 1, prema poziciji 2, kut Θ_y se postepeno smanjuje zbog postepnog mijenjanja rastojanja q_y dok u poziciji 2 ne postane $\Theta_y = \Theta_2 = 0$, čime lateralno kretanje prestaje. Analogno, kao i za poziciju 1 i za poziciju 2 može se pisati:

$$\Theta_2 = A \frac{q_2}{\rho} + B(\psi_1 + \Delta\psi) + C(\varphi_1 + \Delta\varphi) + D(\lambda_1 + \Delta\lambda) - E \frac{(F_1 + \Delta F) R L}{EJ} = 0 \quad (29)$$

Oduzimanjem izraza (29) od (28) dobiva se:

$$\Theta_y = - \frac{A}{\rho} (q_2 - q_1) \quad (30)$$

Kad se postavi koordinatni sistem vezan za plašt vijenca kotača, kako je pokazano na lici 10, onda se s obzirom na $\Theta = \arctg \frac{dy}{dx} \approx \frac{dy}{dx}$, izraz (30) može pisati kao diferencijalna jednačina:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{A}{\rho} (h - y) \quad (31)$$

Parametar $h = q_2 - q_1$ nalazi se oduzimanjem izraza (27) od (29):

$$h = \frac{\rho}{A} (-B\Delta\psi - C\Delta\varphi + D\Delta\lambda + E \frac{R L}{EJ} \Delta F) \quad (32)$$

Integriranjem diferencijalne jednačine (31) nalazi se za ovaj slučaj:

$$y = h (1 - e^{-\frac{A}{\rho} x}) \quad (33)$$

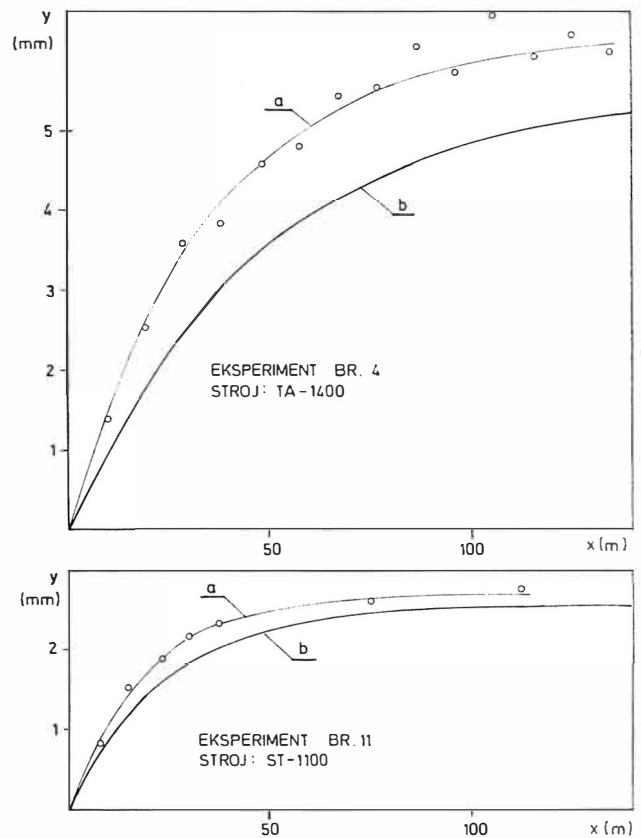
gdje je e osnova prirodnih logaritama.

Uz prihvaćanje pretpostavke P1... P10 izraz (33) predstavlja funkciju trajektorije lista pile po plaštu vijenca bombiranog kotača, pri čemu je koordinatni početak postavljen u ranije definiranu početnu poziciju 1, razvijenog plašta, sl. 10.

Postavljanjem izraza (33) dobiven je novi matematički izraz, odnosno definicija za trajektoriju lista pile po vijencu kotača. To je teorijska osnova za analizu pojava vezanih za lateralno kretanje širokih listova pilanskih tračnih pila s bombiranim kotačima.

5. EKSPERIMENTALNA PROVJERA RAČUNSKI IZVEDENOG IZRAZA (33)

Radi provjere izraza (33) izvršeno je snimanje trajektorije lista pile po plaštu vijenca kotača na 5 novoprodučenih tračnih pila trupčara*. Poslije uspostavljenog stacionarnog obvojnog kretanja li-



Slika 11. — Grafički prikazi rezultata eksperimenata 4 i 11 (snimci trajektorija lista pile)

a — krivulja regresije (prema izrazu i parametrima iz tablice II); b — teorijska krivulja (prema izrazu i parametrima iz tablice II); kružići ucrtani u grafikonima predstavljaju srednje vrijednosti y izvršenih mjerenja. Eksperimenti br. 3, 5, 16 dali su analogne rezultate — vidi tabl. II.

Fig. 11. — Diagrams of the results of experiments No. 4 and No. 11 (recordings of saw blade trajectories)

* Pokusi su vršeni, uz ručno aktiviranje obvojnog kretanja, na 3 stroja TA-1400 i 2 stroja ST-1100 koji su bili montirani na temeljima za probni rad, u Tvornici strojeva "BRATSTVO", Zagreb.

Tablica II

POKAZATELJI IZVRŠENIH MJERENJA TRAJEKTORIJE LISTA PILE PO PLAŠTU VIJENCA KOTAČA

Eksperiment		Br. 3	Br. 4	Br. 5	Br. 11	Br. 16
Datum ispitivanja		XI. 82	III. 83	III. 83	VII. 83	VI. 84
Tračna pila trupčara		1400	1400	1400	1100	1100
Broj izmjerenih parova		40	43	46	134	32
Parametar h_r /mm	a)	6,8	6,2	5,4	2,7	3,08
Parametar k_r/m^{-1}	a)	0,028	0,028	0,030	0,052	0,054
Parametar h_t /mm	b)	5,6	5,6	5,6	2,57	2,90
Parametar k_t/m^{-1}	b)	0,020	0,020	0,020	0,042	0,037
Indeks krivolinijske korelacije R_{xy}		0,975	0,989	0,995	0,999	0,991
Standardna greška regresije S_y/mm		0,42	0,27	0,16	0,04	0,13

a — krivulja regresije: $Y_r = h_r (1 - e^{-k_r x})$;b — krivulja prema obrascu (33): $Y_t = h_t (1 - e^{-k_t x})$

sta pile u poziciji 1 (sl. 10), promijenjen je naklon gornjeg kotača za kut $\Delta\psi$. Usljed toga pri daljnjem obvojnem kretanju dolazi do lateralnog pomicanja lista pile po vijencu, sve dok ne nastupi novo stacionarno stanje u poziciji 2. U toku ovakvih postupaka izvršeno je mjerenje 295 parova podataka (x_i, y_i). Dužine puta list pile u smjeru obvojnog kretanja, tj. apscise x_i , određivane su brojem prolaza lista pile oko kotača. Lateralna pomicanja lista pile po vijencu kotača, tj. ordinate y_i , utvrđivane su na osnovi mjerenja istake E preciznim dubinomjerom, sl. 10. Tako dobiveni podaci statistički su obrađeni i sažeto prikazani u tablici II i sl. 11.

U tablici II usporedo su iskazani osnovni parametri za računski izvedene eksponencijalne funkcije (33). U istoj tablici iskazani su i statistički pokazatelji korelacije i veličine regresije. Indeksi krivolinijske korelacije $R_{xy} = 0,975 \dots 0,999$ otkrivaju vrlo visoki stupanj veze između varijabla x i y u obliku eksponencijalne funkcije.

Na slici 11 prikazane su krivulje regresije za rezultate dobivene u eksperimentima br. 4 i br. 11 usporedo s krivuljama prema izrazu (33), izvedenom teorijskim postupkom. Između krivulja regresije i teorijskih krivulja pojavljuje se razlika od oko 10%... 30%, koja do sada nije razjašnjena.

Rezimirajući dobivene rezultate pokusa može se zaključiti da se trajektorija lista pile po bom-

biranim kotačima tračnih pila trupčara može vrlo dobro pretstaviti eksponencijalnom krivuljom oblika

$$y = h (1 - e^{-Kx}) \quad (34)$$

te da je izraz (33) pogodan za teorijsku analizu krivulje trajektorije.

Osim toga može se reći da rezultati pokusa ukazuju na ispravnost računskog postupka koji je primijenjen u ovome radu.

6. ZAKLJUČCI

1. Izvedeni izrazi iskazuju geometrijske, statičke i kinematske veličine, za lateralno kretanje lista tračne pile.

2. Pri lateralnom kretanju lista tračne pile pojavljuju se specifični momenti savijanja koji dodatno opterećuju pilnu traku.

3. Rezultiti obavljenih pokusa potvrđuju ispravnost izvedenih obrazaca.

LITERATURA

- [1] Lombardi, I.: La scie à ruban. Un problème cinématique et statique. Schweiz. Bauzeitung 72 (25). 359—363. (1954)
- [2] Štambuk, M.: Ukrštenost osi kotača tračnih pila. Drvna industrija 35 (7—8) 147—158 (1984).

Recenzent: prof. dr Stanislav Sever