

Stjepan Risović

Naprezanja u listu kružne pile određena metodom konačnih elemenata

Stress in circular saw blade by finite element method

Izvorni znanstveni rad • Original scientific paper

Prispjelo - received: 02. 12. 2000. • Prihvaćeno - accepted: 05. 12. 2000.

UDK 630*822.33

SAŽETAK • Budući da je dinamičko ponašanje lista kružne pile dovoljno istraženo, postignuti su rezultati dobar temelj za razumijevanje zadaća vezanih uz naprezanja uobičajenih listova kružnih pila. Navedene spoznaje treba primijeniti pri proizvodnji i uporabi kružnih pila kako bi se postigli što bolji učinci postupka piljenja: manja hraptavost bočnih obradbenih ploha, manja širina propiljka, manji utrošak osnovnoga materijala i energije za njegovu pretvorbu i dr.

U radu se iznose rezultati izračuna radikalnoga i cirkularnoga naprezanja u listu kružne pile zbog centrifugalne sile. Sva su izračunana naprezanja vlačna. Najveće radikalno naprezanje nastaje neposredno uz prirubnice i gotovo se linearno smanjuje na nulu na rubu lista pile. S povećanjem promjera prirubnice smanjuje se radikalno naprezanje. Najveća cirkularna naprezanja u promatranome primjeru uočena su neposredno uz prirubnicu prema, rubu lista kružne pile.

U skladu s postavljenim ciljevima primjenom metode konačnih elemenata napravljen je izračun naprezanja u predjelu ozubljenja zbog sile rezanja i centrifugalne sile. Svaki je list pile modeliran pomoću približno 9 000 konačnih elemenata. Za modeliranje geometrije lista pile primjenjeni su 3D shell elementi. Model kružne pile opterećen je istodobnim djelovanjem centrifugalnih sila koje odgovaraju frekvenciji vrtnje od $3\ 000\ min^{-1}$, dok su zubi pile opterećeni silom koja djeluju na reznu površinu zuba u ukupnom iznosu od 100 N. Proračun je proveden programskim paketom Algor, a ekvivalentna su naprezanja prikazana prema energetskoj teoriji čvtstoće (HMH). Naprezanje u listu pile zbog djelovanja centrifugalne sile i opterećenja zubi pile kretalo se do 60 MPa.

Ključne riječi: kružna pila, naprezanje lista pile, metoda konačnih elemenata, centrifugalna sila.

Autor je docent na Šumarskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu.
Author is an assistant professor at the Faculty of Forestry of the Zagreb University.

SUMMARY • As the dynamic behavior of the circular saw blade has been thoroughly investigated, the achieved results are a good base for understanding the tasks related to the stress of common blades of circular saws. The knowledge should be implemented in production and use of circular saws in order to achieve the best possible results of sawing; lower roughness of processed side surfaces, lower width of sawing line; lower consumption of basic material and energy for its conversion, etc.

This paper presents the results of a calculation of radial and circular stress in circular saw blade caused by centrifugal force. All calculated stresses were tensile. The highest radial stress occurred directly by the flanges and it decreased almost linearly to zero at the edge of the saw blade. Radial stress was reduced due to the increase of the flange diameter. In the observed case the highest circular stresses occur right by the flange towards the edge of the circular saw blade.

In line with the accepted research aims, the method of finite elements was applied in the calculation of stress in the toothed area caused by cutting and centrifugal force. Each saw blade was modeled by use of approximately 9,000 finite elements. For modeling the geometry of saw blade, 3D shell elements were applied. The model of circular saw was under simultaneous load of centrifugal forces, which were equal to the rotation frequency of $3,000 \text{ min}^{-1}$ and saw teeth are under load of 100 N force, which acted on the teeth cutting surface. The calculation was carried out by use of Algor program and the equivalent stresses were shown in accordance with the energy theory of strength (HMH). The stress in the saw blade caused by centrifugal force and saw teeth load was up to 60 MPa.

Key words: circular saw, saw blade stress, method of finite elements, centrifugal force

1. Uvod

1. Introduction

Kao najčešće upotrebljavani alat u mehaničkoj obradbi, kružne se pile češće upotrebljavaju u doradnoj pilanskoj preradbi i za krojenje piljenica nego u primarnoj pilanskoj preradbi. Zbog svoje učinkovitosti listovi kružnih pila nezamjenjivi su u doradnoj pilanskoj preradbi za okrajčivanje piljenica s obje strane te za uzdužno krojenje piljenica. Bez obzira na jednostavnost izvedbe, ti se alati vrlo rijetko susreću pri piljenju trupaca.

Iako je već 1776. godine prema patentu napravljena prva kružna pila, važna istraživanja obradbe drva provedena su tek posljednjih četrdeset godina u Srednjoj Europi (u Njemačkoj) i Sjevernoj Americi (SAD-u). Manji je broj rezultata poznat i u zemljama Istočne Europe, kao i pojedinačni radovi u drugim zemljama.

Piljenje kružnim pilama predmet je mnogih proučavanja; davne 1967. godine Pahlitzsch proučava list kružne pile, četiri godine kasnije Pahlitzsch i Fribe (1971A i 1971B) istražuju utjecaj uvjeta rezanja na vibracije i opterećenje lista pile te kakvoću obrađene plohe, pa sve do danas kada Stak-

hijev (1999) istražuje naprezanje kružne pile zbog valjanja središnjega dijela lista, a Chabrier i Martin (1999) daju pregled metode nadzora pripremljenoga lista pile.

U 20. stoljeću, s naglim razvojem tehnike, znatno je poraslo zanimanje za primjenu teorije elastičnosti. Metode rješavanja zadataka u teoriji elastičnosti jednake su u gotovo svim granama matematičke fizike. Pri traženju točnog rješenja polazi se od diferencijalne jednadžbe, kojoj se integral traži uobičajenim matematičkim metodama. Na taj je način rješenje često vrlo teško pronaći. Stoga su razvijeni numerički postupci kojima se integriraju diferencijalne jednadžbe (npr. metoda konačnih diferencija), a nerijetko se mora krenuti i eksperimentalnim putem da bi se zadatak u potpunosti riješio ili da bi se dobili potrebni podaci za konačno rješenje. Kadak se poseže za približnim rješavanjem, kojim se mogu postići točnosti dovoljne za primjenu u tehničkoj praksi.

Metoda konačnih elemenata novijeg je datuma. Metoda se pod tim nazivom spominje u literaturi posljednjih tridesetak godina (Argyris, Turner, Clough), a razvila se iz matričnih metoda poznatih u analizi štapnih konstrukcija. Naglu primjenu koju je

metoda konačnih elemenata našla u mnogim tehničkim disciplinama treba pripisati razvoju električnih računala velikih memorija koja su sposobna rješavati sustave s velikim brojem linearnih jednadžbi. Tom se metodom elastično tijelo (ili općenito neki kontinuum) dijeli u niz dijelova određenog oblika (konačni elementi) za koje se zamišlja da su međusobno spojeni u čvornim točkama te na taj način tvore osnovno tijelo. Pri tome se rabe različiti oblici elemenata: trokut, pravokutnik, tetraedar i slično, ovisno o tome je li problem ravninski ili prostorni, te o kakvoj je konturi tijela riječ. Za svaki se element kao rješenje prepostavlja neka funkcija (npr. u obliku polinoma) kojoj su rubne vrijednosti čvorne točke u kojima je zamišljeno da se elementi spajaju. I pritom se računanjem vrijednosti prepostavljene funkcije u pojedinim čvorovima dolazi do sustava linearnih jednadžbi, kojih rješenja daju vrijednosti pomaka i sila u čvorovima.

S razvojem elektroničkih računala velike memorije i brzine računanja metoda konačnih elemenata našla je primjenu u mnogim tehničkim disciplinama.

Gorman i dr. (1980) rotirajući su kružnu ploču toplinski opteretili i mjerili po-prečne vibracije. Rezultati dobiveni pokusom za različite debljine ploče (H), kutne brzine, brojeve čvornih promjera (n) i čvornih krugova (m) uspoređivani su s izračunanim vrijednostima metodom koničnih elemenata.

Nicoletti i dr. (1996) metodom konačnih elemenata analiziraju zaostala i stvarna naprezanja u listu kružne pile, njez-

inu vlastitu frekvenciju i ponašanje pri kritičnoj frekvenciji vrtnje.

Metoda konačnih elemenata našla je primjenu i u drvnoj tehnologiji. Aicher i Radovac (1999) istražuju utjecaj oblika klina na čvrstoću zubaca klina izrađenih od uslojenoga drva.

2. Svrha i cili istraživanja

2. Research aims and objectives

Važan dio drvodjeljske djeladbe jest mehanička obradba drva. Kružne su pile najčešće upotrebljavan alat u mehaničkoj obradbi drva. Rad kružnom pilom redovito je praćen različitim pojavama. Poznato je da su naprezanja u listu kružne pile dio nepoželjnih pojava. Posljedica tog naprezanja, osim smanjenja iskorištenja i lošije kakvoće obradbe, jest i gubitak energije. Budući da je dinamičko ponašanje lista kružne pile dovoljno istraženo, postignuti su rezultati dobar temelj za razumijevanje zadaća vezanih uz naprezanja uobičajenih listova kružnih pila. Navedene spoznaje treba primijeniti pri proizvodnji i uporabi kružnih pila kako bi se postigli što bolji rezultati postupka piljenja; manja hrapavost bočnih obradbenih ploha, manja širina propiljka, manji utrošak osnovnoga materijala i energije za njegovu pretvorbu i dr.

Zbog navedenoga, za obradbu drva kružnom pilom u ciljeve istraživanja uvršteni su:

- analiza radijalnoga i cirkularnoga naprezanja u listu kružne pile kao rezultat centrifugalne sile

Obilježje Characteristic	Pila 1. Saw 1	Pila 2. Saw 2	Pila 3. Saw 3	Pila 4. Saw 4	Pila 5. Saw 5	Pila 6. Saw 6	Pila 7. Saw 7
oznaka pile <i>Sample saw</i>	P 1	P 2	P 3	P 4	P 5	P 6	P 7
broj zubi - <i>Tooth number</i>	80	96	96	96	60	60	60
tip zuba - <i>Tooth type</i>	WZ	FZ/TR	WZ	WZ	FZ/TR	FZ/TR	FZ/TR
korak zuba, mm <i>Pitch, mm</i>	11,98	9,82	9,82	9,82	11,93-19,47 promjenjiv	15,71	15,71
visina zuba, mm <i>Tooth height, mm</i>	7	8	9	8	9	12	13
geometrija ozubljenja <i>Tooth geometry</i>	$\alpha=36^\circ$ $\beta=46^\circ$ $\gamma=8^\circ$	$\alpha=13^\circ$ $\beta=65^\circ$ $\gamma=12^\circ$	$\alpha=16^\circ$ $\beta=66^\circ$ $\gamma=8^\circ$	$\alpha=22^\circ$ $\beta=61^\circ$ $\gamma=7^\circ$	$\alpha=19^\circ$ $\beta=58^\circ$ $\gamma=13^\circ$	$\alpha=21^\circ$ $\beta=54^\circ$ $\gamma=15^\circ$	$\alpha=16^\circ$ $\beta=59^\circ$ $\gamma=15^\circ$
promjer lista D_a , mm <i>Saw diameter D_a, mm</i>	305	300	300	300	300	300	300
promjer prvotra D_b , mm <i>Bore diameter D_b, mm</i>	30	30	30	30	30	30	30
debljina lista, mm <i>Blade thickness, mm</i>	2,2	2,2	2,2	2,5	3,0	2,8	3,0
širina propiljka, mm <i>Sawkerf width, mm</i>	2,8	3,2	3,2	3,5	4,4	4,4	4,4
najveća frekvencija vrtnje lista n, min^{-1} <i>Maximum blade rotation frequency, min^{-1}</i>	-	7 800	7 800	7 800	7 800	7 800	7 800
promjer valjanja D_w , mm <i>Rolling diameter, mm</i>		190	175	270	165	215	175

Tablica 1.
*Opis ispitivanih
uzoraka s
ozubljenjem •
Description of
toothed circular
saw samples*

- raščlamba naprezanja u zubu i njegovoj blizini
- izračun naprezanja u predjelu ozubljenja zbog sile rezanja i centrifugalne sile, i to prijenjenom metode konačnih elemenata.

3. Objekt istraživanja 3. Object of research

Provđena su istraživanja na sedam listova kružnih pila. Svi listovi pila osim broja 1 izvedeni su s različitim "ornamentima", utorima za rasterećenje. Navedene izvedbe listova u određenoj mjeri prigušuju prisilne vibracije lista i buku nastalu pri obradbi drva. U tablici 1. prikazani su osnovni tehnički pokazatelji ispitivanih listova kružnih pila.

Pila 1. obična je kružna pila koja nema nikakav utor za rasterećenje naprezanja. Na pilama 2. i 5. laserom su izrezana četiri utora u smjeru polumjera duljine 28 mm, kao i četiri "ornamenta" između radikalnih utora.

Treća pila u nizu ispitivanih najčešće se rabi u našim drvoindustrijskim pogonima, ima četiri radikalna utora jednakih duljina. I ostale dvije pila (P4 i P6) na obodu imaju po četiri utora duljine 26 mm u smjeru središta te prilijepljene prigušne folije u obliku kružnoga vijenca promjera 220/72 mm. Osnovni geometrijski elementi oštice navedeni u tablici 1. prikazani su na slici 1, a na slici 2. nacrtani su listovi kružnih pila uporabljenih pri analizi naprezanja.

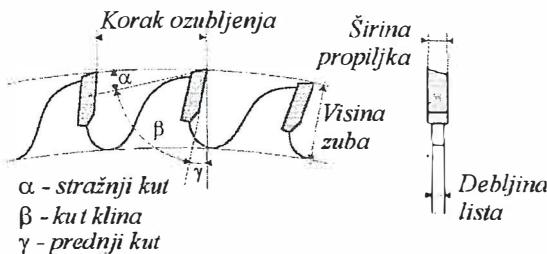
4. Metode istraživanja 4. Research method

4.1. Analiza naprezanja zuba lista pile metodom konačnih elemenata

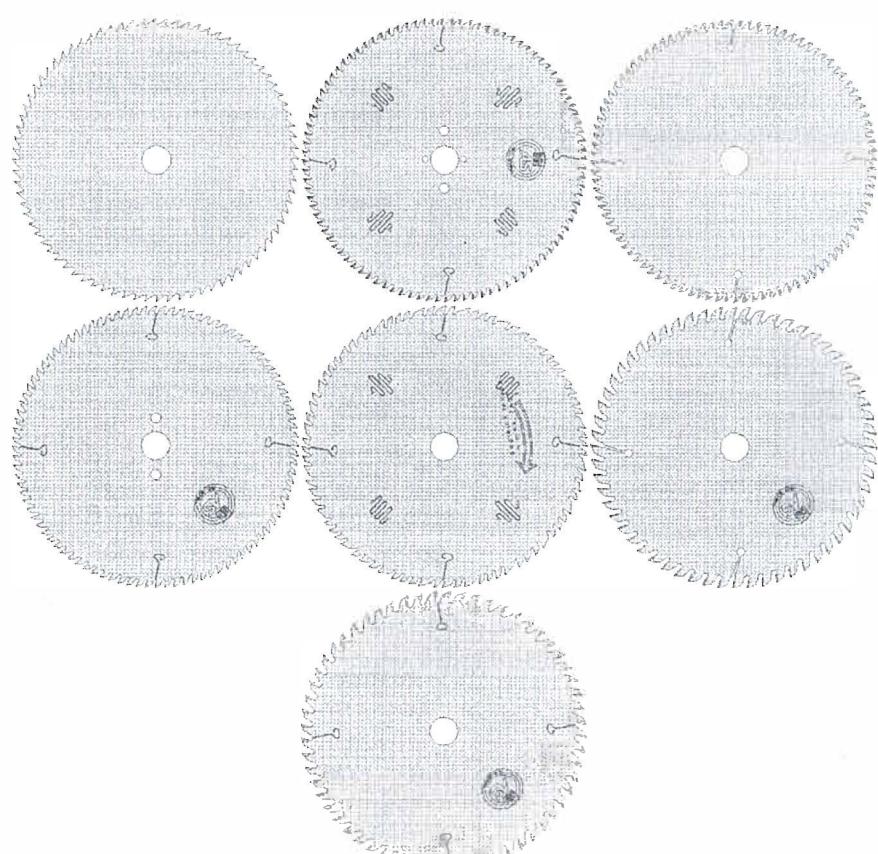
4.1. Analysis of saw blade teeth stress by method of finite elements

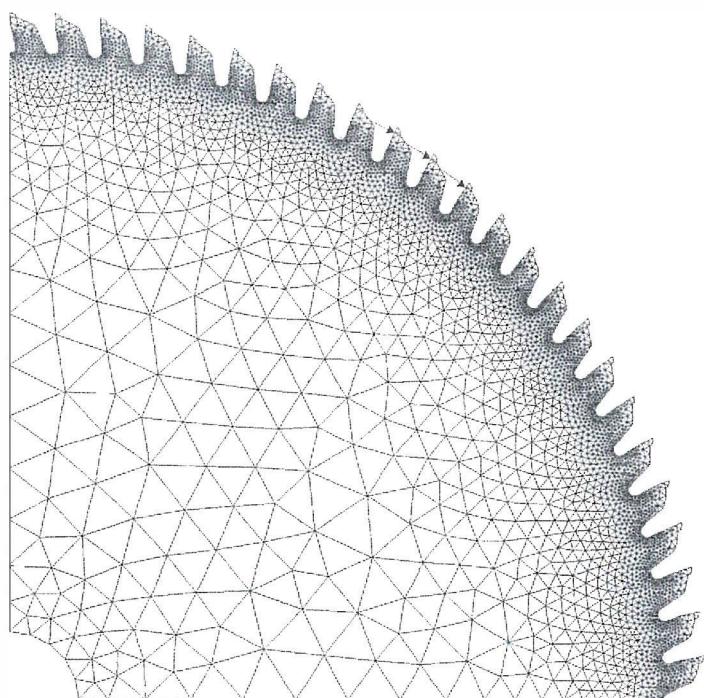
Radi točnijega određivanja raspodjele naprezanja u listu pile, uzimajući u obzir i složenu geometriju zuba pile, primijenjena je metoda konačnih elemenata.

Slika 1.
Osnovna
geometrijska obilježja
ozubljenja •
Characteristics of
saw tooth geometry



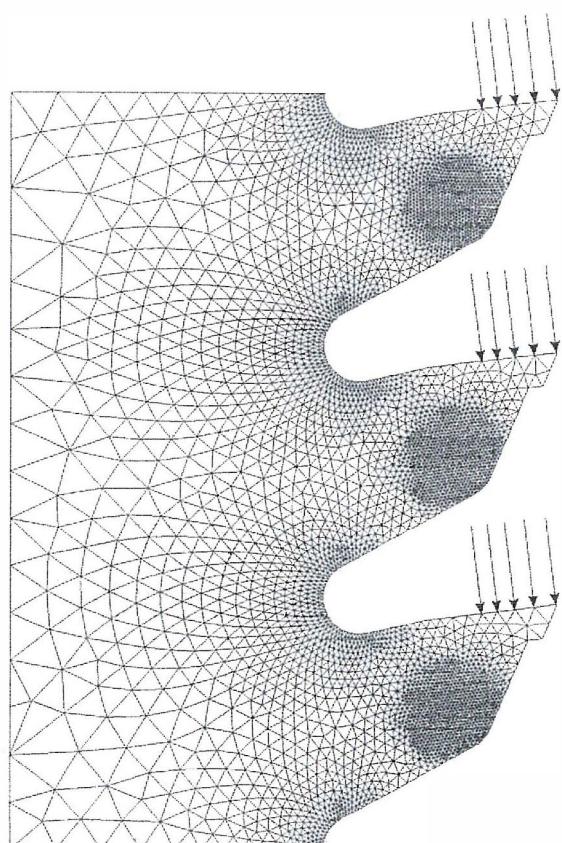
Slika 2.
Prikaz listova
kružnih pila rabljenih
pri raščlambi
naprezanja • Survey
of circular saw
blades used in stress
analysis





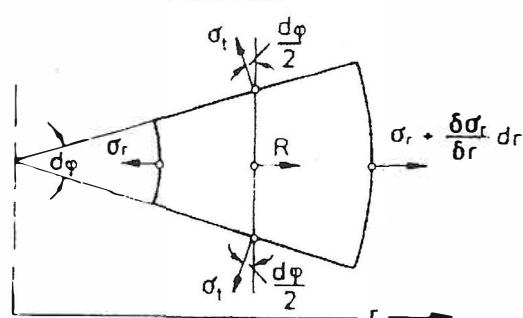
Slika 3.

Mreža konačnih elemenata četvrtine pile 4. • Network of finite elements of a quarter of the saw No. 4



Slika 4.

Konačna mreža detalja zuba pile 4. opterećenih silama • Final network of teeth details of the saw No.4 affected by forces

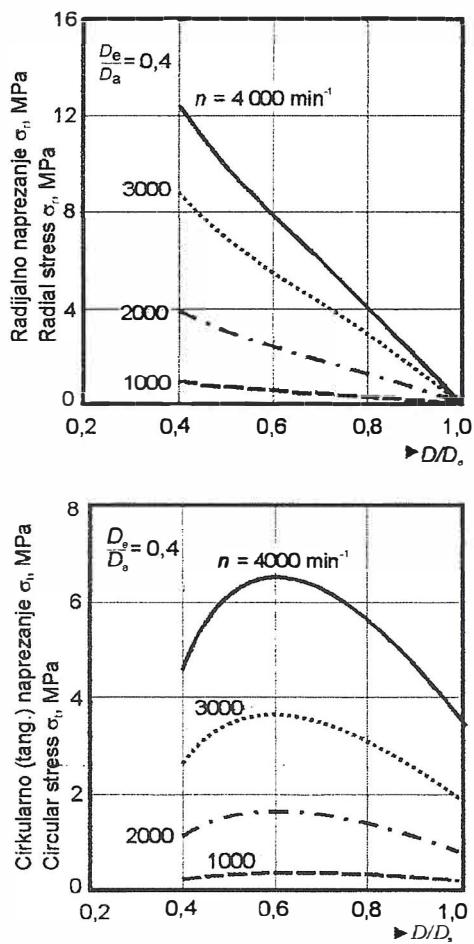


Slika 5.

Element kružne ploče sa središnjim površinom u kojem prevlada ravninsko naprezanje • The circular table unit with flat surface tension

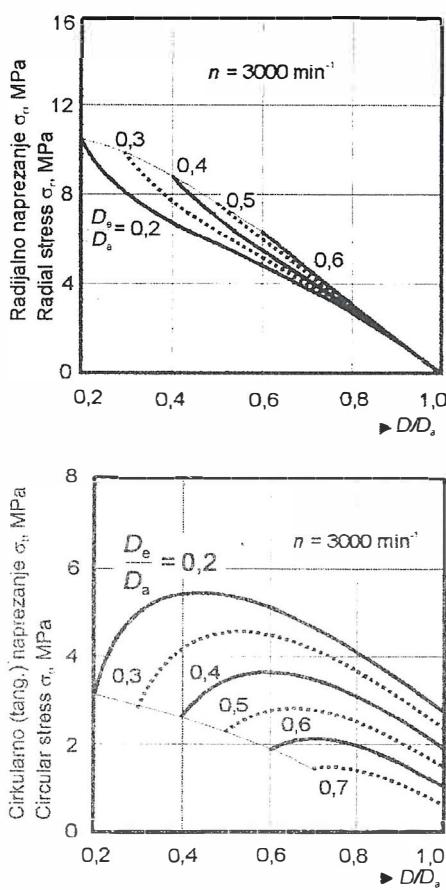
Slika 6.

Teorijsko radijalno i cirkularno (tangencijalno) naprezanje u listu kružne pile zbog centrifugalne sile u ovisnosti o odnosu promjera MPa, $D_a = 300 \text{ mm}$, $D_i = 30 \text{ mm}$, D_e - promjenljiv •
Theoretical radial and circular (tangential) stress in circular saw blade caused by centrifugal force depending on diameter ratio: MPa, $D_a = 300 \text{ mm}$, $D_i = 30 \text{ mm}$, D_e - changeable



Slika 7.

Teorijsko radijalno i cirkularno (tangencijalno) naprezanje u listu kružne pile zbog centrifugalne sile u ovisnosti o odnosu promjera MPa, $D_a = 300 \text{ mm}$, $D_i = 30 \text{ mm}$, D_e - promjenljiv •
Theoretical radial and circular (tangential) stress in circular saw blade caused by centrifugal force depending on diameter ratio: MPa, $D_a = 300 \text{ mm}$, $D_i = 30 \text{ mm}$, D_e - changeable



Za modeliranje geometrije lista pile primjenjeni su 3D shell elementi. Svaki list pile modeliran je pomoću približno 9 000 konačnih elemenata. Taj relativno grubi model konačnih elemenata iskorišten je za analizu cijelog polja naprezanja u listu pile. Složena geometrija zuba pile nije mogla biti izvedena takvim modelom. Model detalja zuba kružne pile riješen je pomoću 2D konačnih elemenata.

Primjer mreže konačnih elemenata za jednu četvrtinu lista pile 4. prikazan je na slici 3, a detalj mreže elemenata koji opisuje zub pile prikazan je na slici 4. Model je opterećen centrifugalnom silom i silama na tri zuba.

Model lista kružne pile opterećen je istodobnim djelovanjem centrifugalnih sila koje odgovaraju frekvenciji vrtnje od $n=3000 \text{ min}^{-1}$, dok su zubi pile zbog izračunanoga malog opterećenja pri rezanju opterećeni silama koje djeluju na reznu površinu zuba u ukupnom iznosu od 100 N. Slični su modeli napravljeni za svih sedam pilu.

4.2. Analiza naprezanja zbog centrifugalne sile pri rotaciji ravne simetrične kružne ploče

4.2. Analysis of stress caused by centrifugal force in rotation of flat symmetric circular board

Izračun raspodjele naprezanja lista kružne pile zbog djelovanja centrifugalne sile oslanja se na proračun naprezanja homogene kružne ploče sa središnjim površtom za prihvrat. Kružna je ploča stavnoga i Poissonova koeficijenta. Kružna ploča vanjskoga promjera D_a i debljine H pričvršćena je dvijema prirubnicama promjera D_e . Te se neelastične prirubnice u mehanici promatraju kao kruto tijelo. Za sva naprezanja vrijedi Hookeov zakon. Nadalje za ravnu kružnu ploču pretpostavlja se da je raspored naprezanja po presjeku simetričan i stalан. Na slici 5. dan je element kružne ploče s rasporedom naprezanja.

Pri rotaciji lista kružne pile pojavljuju se tangencijalna ili posmična (σ_θ) i radikalna (σ_r) naprezanja. Pomoću uvjeta ravnoteže između radikalnih i tangencijalnih naprezanja, predviđenih na slici 5. može se napisati

$$\left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} d_r \right) (r + dr) \cdot d\varphi - \sigma_r r d\varphi - 2\sigma_r \sin \frac{d\varphi}{2} dr + R \cdot r \cdot dr d\varphi = 0. \quad (1)$$

pri čemu je R obujamska radikalna sila. Označimo li sa u_r pomak u radikalnom

smjeru kao funkciju polumjera, a deformaciju u radijalnom smjeru s r , pomoću Hooke-ova zakona za ravninsko naprezanje može se napisati jednadžba

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr} = \frac{1}{E} (\sigma_r - v \cdot \sigma_t) \quad (2)$$

či u obzir pretpostavku da kružna ploča ima stalnu temperaturu, integriranjima te određivanjem stalnica iz rubnih uvjeta, kako je naveo Risović (1999), dobiva se izraz za izračun radikalnih i posmičnih naprezanja lista kružne pile

$$\sigma_i = \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} \left[K_2(1+\nu) - r^2(1+3\nu) + \left(\frac{r_{\text{e}}}{r}\right)^2 (1-\nu)(r_{\text{e}}^2 - K_2) \right],$$

pri čemu je

$$K_2 = \frac{r_a^4(3+\nu) + r_e^4(1-\nu)}{r_a^2(1+\nu) + r_e^2(1-\nu)}$$

5. Rezultati izračuna 5. Calculation results

5.1. Proračun naprezanja lista pile zbog djelovanja centrifugalne sile

5.1. Calculation of saw blade stress caused by centrifugal force

Uz prepostavku da kružna ploča ima stalnu temperaturu te primjenjujući (2) za dobivanje diferencijalne jednadžbe, a potom dvostrukim integriranjem nastaje izraz za funkciju pomaka u radialnom smjeru

$$u_r = -\frac{1-\nu^2}{E} \cdot \frac{1}{r} \int \left[r \int R(r) dr \right] dr + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r}.$$

U tome slučaju obujamska radijalna sila R ima značenje centrifugalne sile, stoga proizlazi

$$R(r) = \omega^2 \cdot r \cdot \rho . \quad (6)$$

U toj je jednadžbi 3 kutna frekvencija rotirajućeg diska.

Ako se uvrsti jednadžba (6) u (5) i izvrši dvostruko integriranje, izraz za radijalni pomak glasi

$$u_r = -\frac{(1-\nu^2)\omega^2 \cdot \rho}{8F} \cdot r^3 + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r} \quad (7)$$

Radi pojednostavljenja izraza (7),
uvodi se faktor . $K_1 = \frac{(1-\nu^2)\omega^2 \cdot \rho}{8E}$.

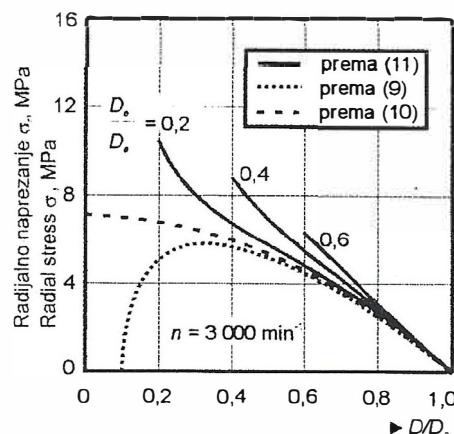
Izraz za radijalni pomak zbog djelovanja centrifugalne sile glasi

$$u_r = -K_1 \cdot r^3 + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r}. \quad (8)$$

Nakon određivanja stalnica C_1 i C_2 za radikalni pomak, a koristeći se jednadžbom (2), dobiva se izraz (3) i (4) za izračun radikalnih i posmičnih naprezanja lista kružne pile.

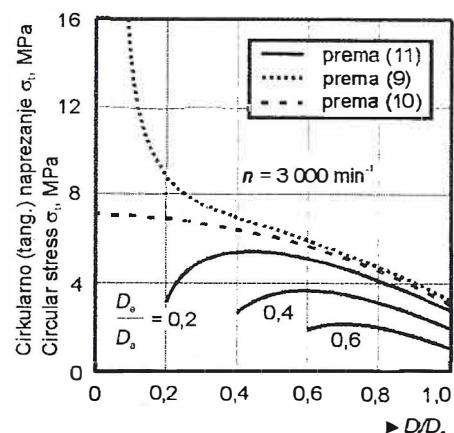
Na osnovi navedenih pretpostavki te izraza za radijalno (3) i cirkularno naprezanje (4) oni su izračunani za različite uvjete.

Na slici 6. prikazano je radikalno i cirkularno naprezanje lista kružne pile u ovisnosti o različitim frekvencijama vrtnje kada je promjer prirubnice 120 mm ili $D_e = 0,4 D_a$. Sva su izračunana naprezanja vlačna. Najveće radikalno naprezanje nastaje neposredno uz prirubnice i gotovo se linearno smanjuje na nulu na rubu lista pile. Primjetan je najveći porast naprezanja s frekvencijom vrtnje $1\ 000 \text{ min}^{-1}$ na $2\ 000 \text{ min}^{-1}$, pri čemu naprezanje četverostruko povećalo, od 1 MPa na 4 MPa. Isti su odnosi nastali i pri promjeni frekvencije vrtnje s $2\ 000 \text{ min}^{-1}$ na $4\ 000 \text{ min}^{-1}$, što je u skladu s izrazom (3) i (4) gdje je promjenjiva veličina samo β^2 . Na jveća cirkularna naprezanja u promatranome slučaju pojavljuju se neposredno uz prirubnicu ili $D_e \leq 0,5 D_a$.



Slika 8.

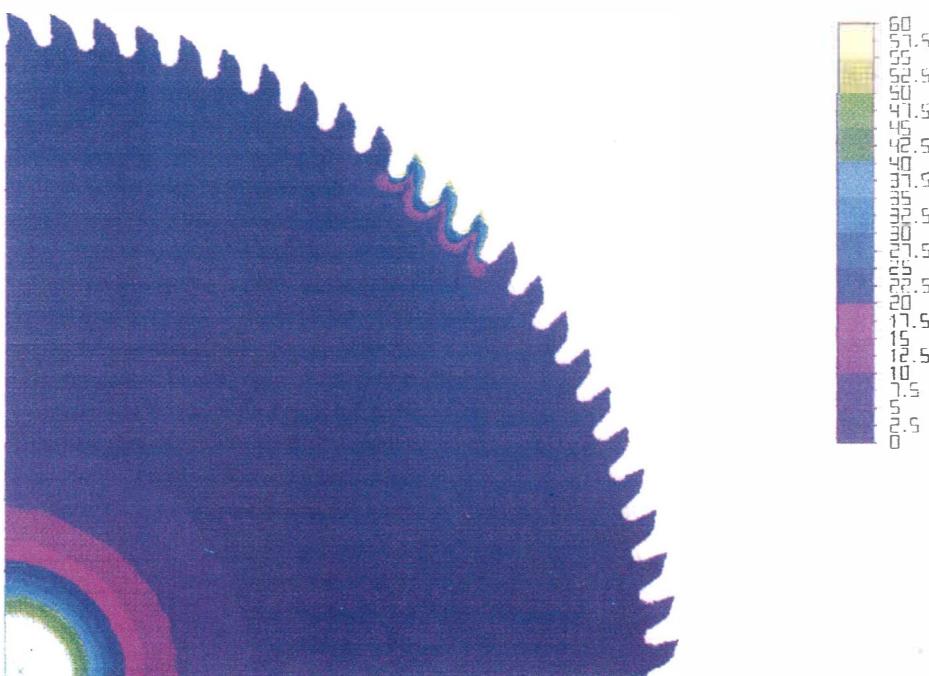
Teorijsko radijalno
i cirkularno
(tangencijalno)
naprezanje u listu
kružne pile zbog
centrifugalne sile u
ovisnosti o odnosu
promjera za različite
rubne uvjete: MPa, $D_a = 300 \text{ mm}$, $D_i = 30 \text{ mm}$, D_e - promjenljiv •
Theoretical radial and
circular (tangential)
stress in circular saw
blade caused by
centrifugal force
depending on diameter
ratio for different edge
conditions: MPa, $D_a = 300 \text{ mm}$, $D_i = 30 \text{ mm}$,
 D_e - changeable



Radikalna i tangencijalna naprezanja pri frekvenciji vrtnje $n = 3\,000 \text{ min}^{-1}$ za različite promjere prirubnica (D_e) prikazana su na slici 7. Povećanjem promjera prirubnice smanjuje se radikalno naprezanje, ko je u bilo kojem omjeru D_e/D_a , ali za slučaj $r = r_a$ (rub lista pile) iznosi nula. Za bilo koji promjer prirubnice (D_e/D_a) tangencijalna su naprezanja najveća u blizini prirubnice a opadaju prema rubu lista kružne pile. Najveća izračunana naprezanja iznose 5,5 MPa, a tada je promjer prirubnice 60 mm ili $D_e/D_a = 0,2$.

Slika 9.

Raspodjela naprezanja u MPa prema energetskoj teoriji čvrstoće (HMH) u listu pile 2. zbog djelovanja centrifugalne sile i opterećenja zubi pile silama od 100 N • Distribution of stress in MPa according to the energy theory of strength (HMH) in the blade of saw 2 caused by centrifugal force and saw teeth load by forces of 100 N



Slika 10.

Raspodjela naprezanja prema energetskoj teoriji čvrstoće (HMH) oko zuba pile 2. zbog opterećenja zuba silom od 100 N • Distribution of stress according to the energy theory of strength (HMH) around the teeth of saw 2 caused by teeth load of 100 N force



Teorijsko radikalno i cirkularno naprezanje u listu pile za različite je rubne uvjete prikazano na slici 8. Za rubni uvjet

$$r = r_a \Rightarrow \sigma_r = 0 \quad (9)$$

$$r = r_i \Rightarrow \sigma_r = 0$$

Znači da su radikalna naprezanja na središnjem prvoru ($D = D_i$) i na vanjskom promjeru ($D = D_a$) jednaka nuli.

Prema Pahlitzschu i Friebeu (1973), Dugdale je promatrao kružnu ploču bez središnjega prvoru, tako da su rubni uvjeti u

tome slučaju

$$r = r_a \Rightarrow \sigma_r = 0 \\ r = 0 \Rightarrow u_r = 0. \quad (10)$$

S obzirom na to da je kružna ploča (list pile) osigurana dvjema krutim prirubnicama promjera D_e , za ovaj slučaj vrijede granični uvjeti ako je

$$r = r_a \Rightarrow \sigma_r = 0$$

$$r = r_c \Rightarrow u_r = 0. \quad (11)$$

Pritom je u izrazu (10) i (11) u_r radijalni pomak.

Pri rotaciji kružne ploče frekvencijom vrtnje $n = 3\,000 \text{ min}^{-1}$, sa središnjim provrtom promjera 30 mm i ostalim dimenzijama vezanim za rotirajući disk najveća su cirkularna naprezanja na rubu provrta i iznose 16 MPa (sl. 8).

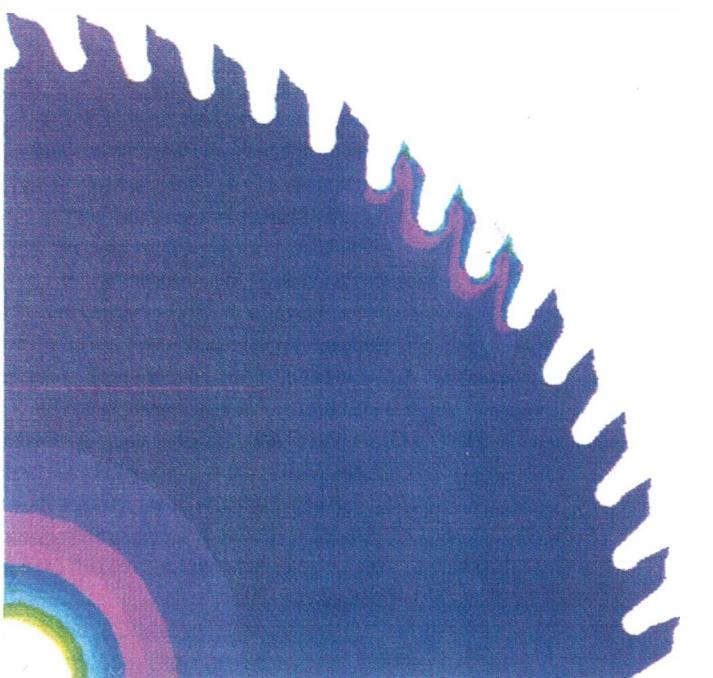
5.2. Proračun naprezanja lista kružne pile metodom konačnih elemenata

5.2. Stress calculation of circular saw blade by method of finite elements

Geometrija zuba kružne pile relativno je složena, tako da se uobičajenim analitičkim metodama mogu odrediti samo

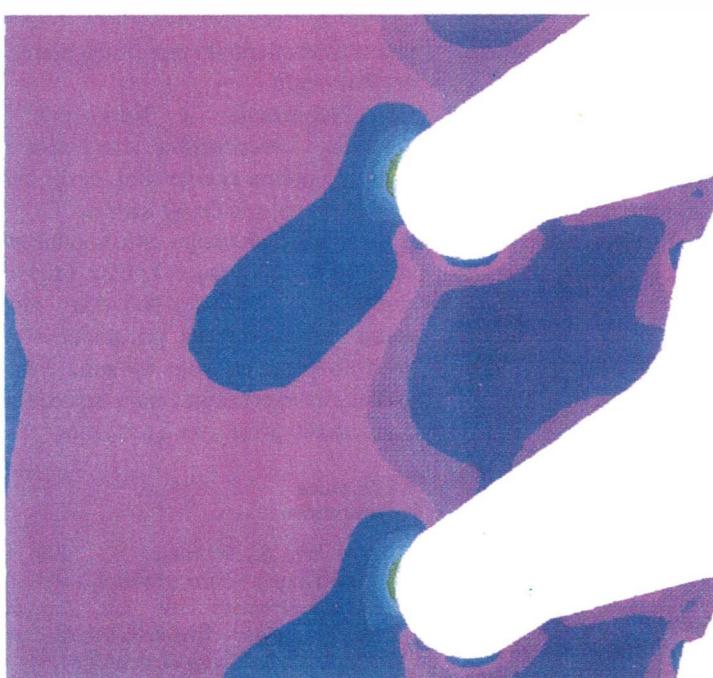
Slika 11.

*Raspodjela
naprezanja u MPa
prema energetskoj
teoriji čvrstoće (HMH)
u listu pile 6. zbog
djelovanja centrifugalne
sile i opterećenja zubi
pile silama od 100 N •
Distribution of stress in
MPa according to the
energy theory of
strength (HMH) in the
blade of saw 2 caused
by centrifugal force and
saw teeth load by forces
of 100 N*



Slika 12.

Raspodjela naprezanja prema energetskoj teoriji čvrstoće (HMH) oko zuba pile 6. zbog opterećenja zuba silom od 100 N • Distribution of stress according to the energy theory of strength (HMH) around the teeth of saw 2 caused by teeth load of 100 N force



približne raspodjele naprezanja uz nužna pojednostavljenja proračunskog modela. Metoda konačnih elemenata pokazala se pogodnom za proračun raspodjele naprezanja pile.

Proračun je proveden programskim paketom Algor, koji omogućuje automatsko generiranje mreže konačnih elemenata te relativno jednostavno postavljanje rubnih uvjeta i opterećenja, a prednost mu je i to što grafički zorno prikazuje rezultate proračuna. Iako taj program kao rezultat daje više mogućnosti prikazivanja naprezanja (glavna naprezanja, maksimalna tangencijalna naprezanja itd.), radi jednostavnosti odabran je prikaz ekvivalentnih naprezanja prema energetskoj teoriji čvrstoće (HMH). Upravo zbog svoje jednostavnosti ta je teorija dobila veliku primjenu u praksi. Prema toj teoriji, opasno stanje materijala nastaje kad gustoća torzijske energije dosegne kritičnu vrijednost. Uvjet čvrstoće tada glasi

$$U_{0d} = (U_{0d})_{dop}, \quad (12)$$

pri čemu je U_{0d} gustoća distorziske energije ili energije promjene oblika, a $(U_{0d})_{dop}$ dopuštena gustoća torzijske energije koja je određena pokusom produljenja. Izraz za distorzisku energiju glasi

$$U_{0d} = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2].$$

Ako se u taj izraz uvrsti $\%_1 = \%_{dop}$, $\%_2 = \%_3 = 0$, dobiva se

$$(U_{0d})_{dop} = \frac{1+\nu}{6E} \sigma_{dop}^2. \quad (14)$$

Ako se (13) i (14) uvrste u (12) i to sredi, dobiva se

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \leq 2\sigma_{dop}^2.$$

Rezultati proračuna prikazani su grafički za svaku pojedinu pilu na slikama. Ekvivalentna naprezanja prema energetskoj teoriji čvrstoće određena su jednadžbom:

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)} = \sigma_{dop},$$

što pri ravninskem stanju naprezanja daje

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} = \sigma_{dop},$$

pri čemu su sva naprezanja izražena u MPa.

Naprezanje u listu pile zbog djelovanja centrifugalne sile i opterećenja zubi pile prema energetskoj teoriji čvrstoće (HMH) kretalo se do 60 MPa, i to u zubu i

negovoj blizini (sl. 9. i 11), a naprezanje zbog opterećenja zuba silom od 100 N iznosila su najviše 120 MPa. Na pili 2. (sl. 10) zamjetna su nešto veća naprezanja nego na pilu 6. (sl. 12). To se može objasniti manjom debljinom lista pile, te oblikom izvedenoga međuzublja. Prijelaz oblika s pravocrtnoga na kružni, uz nešto manji radijus na pilu 2. rezultiralo je, uz već navedeno i većim naprezanjem na mjestu koje možemo nazvati koncentratorom naprezanja. Naprezanja na ostalim listovima bila su slična onima na pilama 2. i 6.

6. Osvrt na postavljene ciljeve i zaključci 6. Comments on the objectives and conclusions

U skladu s postavljenim ciljevima provedeno je obuhvatno proučavanje problema. Moguće je izdvojiti nekoliko sastavnica koje povezuju metode istraživanja, postupak proučavanja, način iskaza i dr.

Za modeliranje geometrije lista pile primjenjeni su 3D shell elementi. Svaki je list pile modeliran pomoću približno 9 000 konačnih elemenata.

Model je opterećen istodobnim djelovanjem centrifugalnih sila koje odgovaraju frekvenciji vrtnje od 3000 min^{-1} , zubi pile opterećeni su silama koje djeluju na reznu površinu zuba u ukupnom iznosu od 100 N. Raščlambom raspodjele sile na zube utvrđeno je naprezanje u svakom čvoru zuba promatrane pile.

Proračun je proveden programskim paketom Algor, koji omogućuje automatsko generiranje mreže konačnih elemenata te jednostavno postavljanje rubnih uvjeta i opterećenja. Radi jednostavnosti, odabran je prikaz ekvivalentnih naprezanja prema energetskoj teoriji.

Naprezanje u listu pile zbog djelovanja centrifugalne sile i opterećenja zubi pile prema energetskoj teoriji čvrstoće (HMH) kretalo se do 60 MPa.

Zbog djelovanja centrifugalne sile sva su nastala radikalna i kružna (cirkularna) naprezanja vlačna. Najveće radikalno naprezanje nastaje uz prirubnicu i gotovo linearno pada na nulu na rubu lista pile. Cirkularna naprezanja imaju najveću vrijednost između prirubnice i ruba pile.

7. Literatura 7. References

1. Aicher, S., Radovic, B., 1999: Untersuchungen zum Einfluß der Keilzinkengeometrie auf die Zugfestigkeit keilgezinkter Brettschichtholz-Lamellen, Holz als Roh- und Werkstoff 57, str. 1 - 11.
2. Alfrević, I., 1984: Nauka o čvrstoći, Ju-

3. goslavenski leksikografski zavod "Miroslav Krleža", sv. IX, Zagreb, str. 277 - 324.

4. Chabrier, P., Martin, P., 1999: An overview of methods for monitoring circular saw blade preparation, Holz als Roh- und Werkstoff **57**, str. 157 - 163.

5. Gorman, D. G., Kennedy, W., Huissoon, J. P., 1980: Experimental Analysis of Transverse Vibration in Thermally Stressed Rotating Discs, Journal of Sound and Vibration **73** (2), str. 211-223.

6. Jelić, S., 1990: Teorija elastičnosti, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, str. 133 - 168.

7. Nicoletti, N., Fendeleur, D., Nilly, L., Renner, M., 1996: Using Finite Elements to model circular saw roll tensioning, Holz als Roh- und Werkstoff **54**, str. 99-104.

8. Pahlitzsch, G., 1967: Aspects of Chain Saw cutting. Wood Machining Seminar, Forest Products Laboratory, Richmond, October, 10-11, str. 38-56.

9. Pahlitzsch, G., Fribe, E., 1971B: Einfluß der Schnittbedingungen auf die Güte gesägter holzoberflächen, Zweite Mitteilung: Über das Verhalten von Kreissägeblättern im Schnitt, Holz als Roh- und Werkstoff **29**, str. 265-269.

10. Pahlitzsch, G., Fribe, E., 1973: Über das Vorspannen von Kreissägeblättern, Erste Mitteilung, Holz als Roh- und Werkstoff **31**, str. 429-436.

11. Risović, S., 1999: Ovisnost kakvoće piljenja drva o naprezanjima u listu kružne pile, I. Analiza utjecajnih čimbenika na kakvoću piljenja drva, Drvna industrija **50**(1), str. 19 - 29.

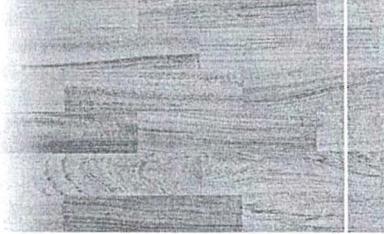
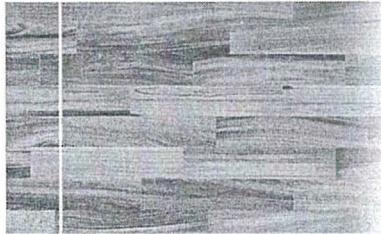
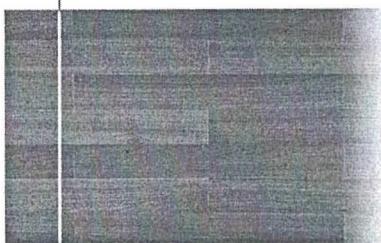
12. Stakhiev, Y. M., 1999: Research on circular saws roll tensioning in Russia: Practical adjustment methods, Holz als Roh- und Werkstoff **57**, str. 57 - 62.

Autor zahvaljuje mentoru prof. dr. sc. Vladi Goglia na pomoći kod pripreme ovoga rada koji predstavlja izvadak iz njegove disertacije.

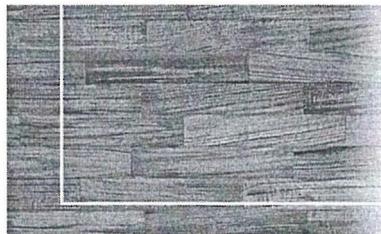
Author expresses his gratitude to the mentor, Prof. Dr. Vlado Goglia, for help in preparation of this paper, which formed a part of his doctoral thesis.

Autor zahvaljuje mentoru prof. dr. sc. Vladi Goglia na pomoći kod pripreme ovoga rada koji predstavlja izvadak iz njegove disertacije.

Author expresses his gratitude to the mentor, Prof. Dr. Vlado Goglia, for help in preparation of this paper, which formed a part of his doctoral thesis.



Egzotično je oduvijek bilo privlačno



Od svojih početaka, još tamo davne 1928. godine, u dvorištu Jurišićeve 19 (današnja Rotonda) nadomak Jelačić placu, FURNIR je postao vodeći hrvatski trgovac kvalitetnim drvom i proizvodima od drva.

Danas Vam možemo ponuditi preko 5000 artikala sa svih strana svijeta. Drveni proizvodi iz Indonezije, Tajlanda, Čilea ili Finske nisu nam više nepoznani. Posebno bismo istakli našu bogatu ponudu egzotičnih klasičnih parketa, kojom se zbog šrine, kvalitete i osobito cijene s razlogom ponosimo.



Pozivamo Vas da lakirane uzorke navedenih par-keta pogledate u dućanu u Heinzelovoj ulici ili u našem novom, najvećem i najmodernijem DRVNOM CENTRU u Hrvatskoj, u Velikoj Gorici.

U ponudi imamo indonezijske vrste: crveni KEMPAS, žuti PUNAH, smeđe-crveni SILKWOOD, tamno smeđi ROYALWOOD, zlatno-smeđi GOLDEN LION; tajlandske vrste: svjetlo smeđi RUBBER WOOD, crveno RUŽINO DRVO, smeđi TEAK, čileanske vrste: CRVENI ULMO.

Dobro došli u Furnirov svijet drva

Furnir

Zagreb, FURNIR, Heinzelova 34, telefon: 01/45 52 133, fax: 01/ 46 60 180;
 AMG-FURNIR, Solinska cesta 840, telefon: 021/21 29 12; Dubrovnik, BRASS DESIGN-FURNIR, Batalo bb, telefon: 020/41 14 82;
 Osijek, LESNINA LGM-FURNIR, Ulica jablanova bb, telefon: 031/17 81 26; Pula, BAESA INTERIJERI-FURNIR, Jeretova bb, telefon: 052/21 52 45;
 Pleternica, VEXTER-FURNIR, Kralja Zvonimira bb, telefon: 034/25 10 82